

平成18年度第1次募集（平成17年10月入学含む。）
新潟大学大学院自然科学研究科博士前期課程入学者選抜試験問題

（専攻名）自然構造科学専攻

（試験実施単位名）A1 物理学

基礎科目

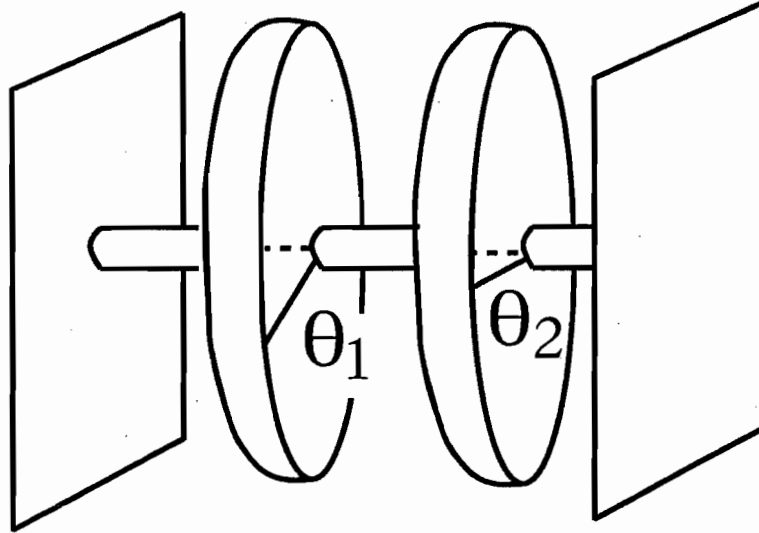
注意事項

- 1 この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 この冊子は、表紙を含めて3ページある。
- 3 解答は、すべて解答用紙の指定された箇所に記入すること。
- 4 受験番号は、各解答用紙の指定された箇所に必ず記入すること。
- 5 解答時間は、120分である。
- 6 下書きは、問題冊子の余白を使用すること。

[1]

図のように、壁—棒—円盤—棒—円盤—棒—壁の順に2つの円盤と3つの棒の中心軸を連結して壁に固定し、中心軸のまわりに系のねじれ振動を行わせる。棒のねじれ剛性率は K であり、1つの棒の両端でのねじれ角を θ とするとき、そのポテンシャルエネルギーは $U = \frac{1}{2}K\theta^2$ で与えられる。円盤は、中心軸まわりの回転に対する慣性モーメントが I であり、回転の運動エネルギーは、回転の角速度が Ω のとき、 $T = \frac{1}{2}I\Omega^2$ である。

以下の問いに答えよ。なお、棒の質量と重力の影響は無視できるとする。



- (1) 1 番目の円盤の回転角を θ_1 、2 番目の円盤の回転角を θ_2 とするとき、3 つの棒のポテンシャルエネルギーをそれぞれ記せ。
- (2) この系のラグランジアン (ラグランジュ関数) を記せ。
- (3) この系の運動方程式を記せ。
- (4) この系には2つの基準振動がある。2つの基準振動の基準角振動数を ω_α および ω_β とするとき、その比 $\omega_\beta/\omega_\alpha$ を導け (ただし、 $0 < \omega_\alpha \leq \omega_\beta$ とする)。
- (5) 低い角振動数 ω_α を持つ基準振動に対して、1 番目の円盤の振動の振幅 C_1 と、2 番目の円盤の振動の振幅 C_2 の比 C_1/C_2 を導け。

次に、 N 個の円盤を上記と同じ棒で等間隔に連結して両端を壁に固定し、中心軸まわりにねじれ振動を行わせる。ただし、 N は大きな値の整数とする。

- (6) i 番目の円盤の回転角 θ_i に対する運動方程式を記せ。ただし、 $1 < i < N$ とする。
- (7) 中心軸に沿って x 軸をとると、この系のねじれ振動は x 軸方向の一次元波動のように振る舞う。円盤の間隔を h として、時刻 t における i 番目の円盤の回転角 $\theta_i(t)$ を位置 $x = hi$ での回転角の変位 $\theta(x, t)$ とみなし、 h が十分に小さいとすれば、系のねじれ振動が波動方程式

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\theta(x, t) = c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\theta(x, t)$$

に近似的に従うことを示せ。また、 c の値を I, K, h で表せ (ただし $c > 0$ とする)。

[2]

直線電流によってつくられる磁束密度を考える。真空の透磁率を μ_0 とし以下の問いに答えよ。ただし、問(4)を除き、導線の太さは無視できるものとする。

図1のように、 z 軸上に無限に長い導線 L_1 を置き z 軸の正の向きに電流 I を流した。

- (1) L_1 上の点 $P(0, 0, z)$ にある導線の微小長さ部分 $\Delta \vec{z}$ を流れる電流を考える。この電流によって x 軸上の点 $Q(x, 0, 0)$ につくられる磁束密度を $\Delta \vec{B}$ とする。 $\overrightarrow{PQ} = \vec{r}$ とし、 $\Delta \vec{B}$ を $\vec{r}$, $\Delta \vec{z}$, I を用いて表せ。
- (2) $\Delta \vec{B}$ の向きを答えよ。
- (3) $\Delta \vec{B}$ を積分することにより、直線電流 I によってつくられる磁束密度の点 Q での大きさ B を求めよ。また、これがアンペールの法則から得られる結果と一致することを示せ。
- (4) 実際の導線は有限の太さを持っている。導線 L_1 の半径を a とし、導線の内部および外部の磁束密度の大きさ B を x の関数として求めよ。また、 $0 \leq x < 5a$ の範囲で、 $B(x)$ のグラフの概形を示せ。

次に図2のように、もう1本の無限に長い導線 L_2 を点 $A(d, 0, 0)$ を通り y 軸に平行に置き、この導線に y 軸の正の向きに電流 I を流した。導線 L_1 , L_2 を流れる電流が原点 O と点 A の間の x 軸上につくる磁束密度 $\vec{B}$ を考える。

- (5) 磁束密度の大きさ B を求めよ。
- (6) 磁束密度 $\vec{B}$ と xy 平面とのなす角を求めよ。
- (7) 磁束密度の大きさ B が最小となる位置とその大きさを求めよ。

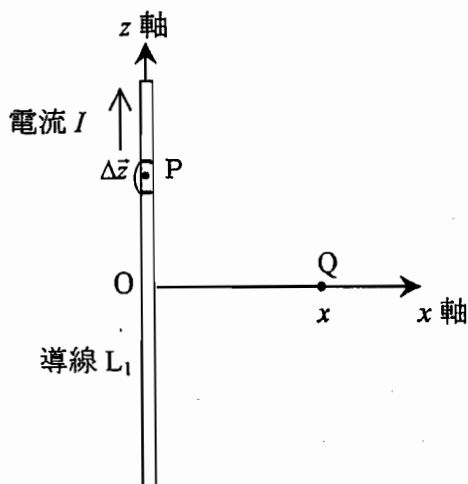


図1

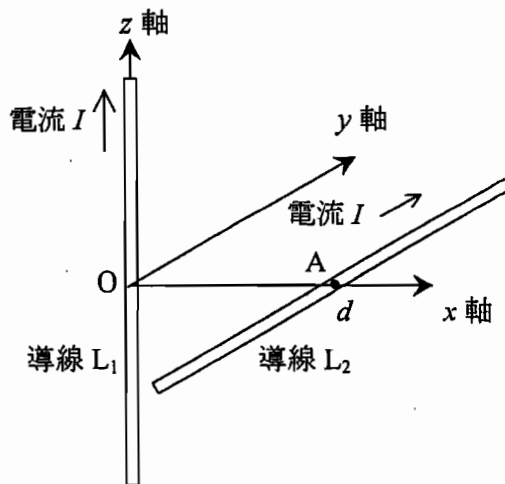


図2