2019 年度統計力学 III 問題 (5 月 16 日)

担当 吉森 明

今日の問題

1. $B_1(z)$ が

$$B_1(z) = \int_0^\infty g(\epsilon) \frac{D(\epsilon)}{N} d\epsilon \tag{1}$$

で定義されている時、授業と同じ設定で 3 次元ならば、(1) 式 の積分の被積分関数は z=1、 $\epsilon\to 0$ で発散するのに、 $B_1(1)$ が発散しないことを示せ。ただし、ツェーター関数は使わないこと。(10 点)

- 2. 授業と同じ設定で、ただし、最低エネルギー準位 (基底状態のエネルギー) が $\epsilon_0 (\neq 0)$ のときを考える。つまり、1 粒子のエネルギー固有値が $\varepsilon_{\vec{l}} = (\hbar^2/2m)|\vec{k}(\vec{l})|^2 + \epsilon_0$ で与えられる時、BEC の転移温度以下でのエネルギーの式を積分で書け。ただし、解答にはボース分布関数をあらわに書いて、 $g(\epsilon)$ という記号は使わないようにする。また、BEC の転移温度以下では化学ポテンシャルが ϵ_0 となることを使って良い。(9 点)
- 3. BEC の起こる温度 T_c は

$$N = \int_0^\infty g_c(\epsilon)D(\epsilon)d\epsilon \tag{2}$$

で与えられることを示せ。ここで、 $g_c(\epsilon)$ は温度を T_c にして、 $\mu=0$ にしたボース 分布関数を表す。(5 点)

4. 理想ボース気体が BEC を起こす時、圧力に $\epsilon=0$ の項が寄与しないことを授業と別の方法で示せ。エネルギーの温度依存性と比熱から圧力を求めよ。(15 点)